

Berechnung von Drehmoment- spitzen in Rücklaufsperrern von Förderbändern

K. Timtner, Bad Homburg

1. Einleitung

Förderanlagen unterschiedlichster Art spielen für die Infrastruktur überall auf der Welt eine wichtige Rolle. Einen wesentlichen Anteil an Förderanlagen stellen Stetigförderer dar. Die größten Anlagen haben heute Förderlängen von vielen Kilometern mit Massenströmen bis zu 40.000 t pro Stunde und Förderhöhen von mehreren hundert Metern, /1/ und /3/.

Neben der horizontalen Förderung von Massengütern unterschiedlichster Art werden Stetigförderer häufig zur Überwindung von Höhenunterschieden verwendet. Allerdings müssen bei aufwärts fördernden Schrägförderern gewisse Sicherheitsmaßnahmen getroffen werden: Bei Ausfall des Antriebs muß verhindert werden, daß der Stetigförderer - angetrieben von dem Gewicht des Fördergutes - rückwärts zu laufen beginnt. Hierzu werden Rücklaufsperrern eingesetzt; sie arbeiten vollautomatisch und verhindern die Abwärtsbewegung des Förderbandes, wenn sich die Förderrichtung, also die Drehrichtung der Antriebswelle zu ändern beginnt.

Obwohl schon sehr viele Rücklaufsperrern für solche Anwendungen eingesetzt wurden, ist es bis heute immer noch problematisch, die Rücklaufsperrern im voraus sicher auszulegen. Hier werden immer wieder Fehler gemacht; insbesondere bei großen Einheiten, und es kam zu Ausfällen und großen Schäden. Es haben sich Berechnungsverfahren eingebürgert, die von der Motorleistung ausgehen, wie sie im normalen Förderantriebsfall vorliegt. Das im Förderbetrieb gültige, physikalische System ist aber verschieden von dem, das im Falle des Rücklaufens der Schrägförderanlage vorliegt.

In diesem Aufsatz wird ein neues Berechnungsverfahren vorgestellt. Es benutzt das beim Sperrvorgang wirksame physikalische System. Dabei werden Nichtlinearitäten im Drehmomentfluß zwischen der Förderanlage und der Rücklaufsperrern berücksichtigt, und es wird die Lastverteilung bei Mehrfachantrieben mit mehreren Rücklaufsperrern untersucht.

2. Anordnung und Bauformen von Rücklaufsperrern

Je nach Größe der Förderanlage gibt es unterschiedliche Anordnungen der Rücklaufsperrern. Bei kleinen und mittleren Einheiten ist es heute Stand der Technik, daß die Rücklaufsperrern unmittelbar am Elektromotor, am Getriebe oder am Untersetzungsgetriebe angeordnet werden. Bei großen und größten Förderanlagen wurden bisher sehr häufig große Rücklaufsperrern unmittelbar auf die Fördertrommelwelle zwischen Lager und Getriebe-Ausgangswellenstumpf gesetzt, manchmal auf beiden Seiten. Bei Mehrfachantrieben werden Rücklaufsperrern oft an jeder Antriebswelle angeordnet (Bild 1). In neuerer Zeit, insbesondere ausgehend von Europa, hat man aus Kostengründen diese Konstruktion wegen der sehr groß bauenden Rücklaufsperrern verlassen, und man baut auch hier die Rücklaufsperrern an schnelllaufenden Wellen der Getriebe an. Diese sind dann wesentlich kleiner als frühere Rücklaufsperrern, siehe hierzu Bild 2.

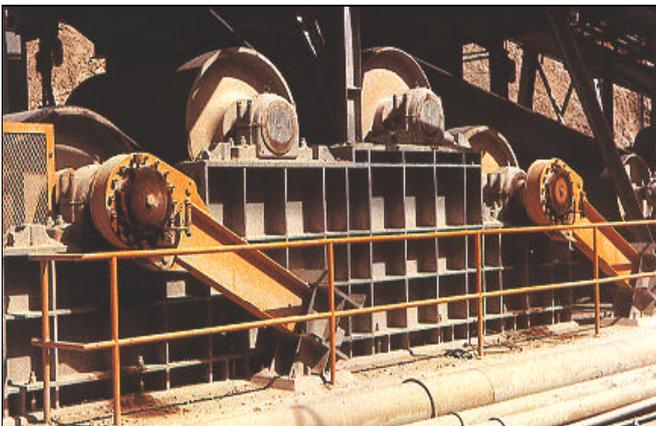


Bild 1:
zwei langsam laufende Rücklaufsperrern an den Antriebstrommeln
einer Schrägförderanlage (Marland, La Grange)

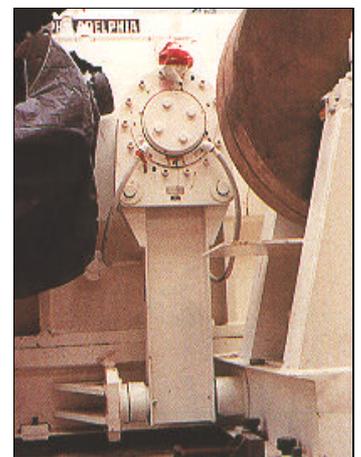


Bild 2:
Schnellaufende Rücklaufsperrern an der
mittleren Welle eines Getriebes zum
Antrieb einer Schrägförderanlage
(RINGSPANN Marland,
La Grange)

Über Vor- und Nachteile beider Bauarten siehe /7/ und /9/. Umfassendere Informationen über die Anordnung und die Bauformen der Rücklaufsperrn siehe /5/. In diesen Unterlagen sowie in /7/ und /8/ sind auch die Bauarten für höhere Drehzahlen gezeigt. Diese Rücklaufsperrn müssen aus Gründen der Verschleißfreiheit grundsätzlich Fliehkräftabhebung für den Normalbetrieb haben. Das läßt sich nur mit Klemmstückfreiläufen verwirklichen. Hier wiederum haben sich ausschließlich solche durchgesetzt, bei denen der Innenring mit Klemmstückkäfig auf einem Wellenstumpf des Getriebes sitzt und der Außenring an das Getriebegehäuse angeschraubt ist. Im Normalbetrieb rotiert die Welle, und die Klemmstücke laufen um, ohne den stillstehenden Außenring zu berühren.

3. Bisherige Berechnungs- und Auslegungsverfahren für Rücklaufsperrn

Auch hier muß auf die Literatur /4/, /5/, /7/ und /8/ verwiesen werden. Wie daraus hervorgeht, gibt es unterschiedliche Methoden für die Bestimmung der richtigen Rücklaufsperrnengröße, z.B. wird dabei das Verfahren nach CEMA (Conveyor Equipment Manufacturer's Association) aufgeführt. Danach wird das Drehmoment aus der Förderleistung abzüglich der halben Reibleistung berechnet und ein Sicherheitsfaktor von 1,5 benutzt. Andere Formeln gehen von der Motor-Nennleistung aus und wieder andere benutzen das Kippmoment des Elektromotors. Alle diese Auswahlhinweise sind sehr grobe Annäherungen und berücksichtigen so gut wie gar nicht das gesamte physikalische Verhalten des Systems, wenn das Förderband durch die Rücklaufsperrn stillgesetzt werden soll. Es handelt sich nämlich um einen gedämpften Schwingungszustand, der durch verschiedene Federsteifigkeiten, Massen und Dämpfungen beeinflußt wird. Wie in /8/ dargelegt, können sehr hohe Spitzendrehmomente im Sperrfall eintreten, die durchaus 4- bis 10-mal so hoch wie das normale Antriebsdrehmoment oder auch das Motornendrehmoment sind. Besonders hohe Spitzendrehmomente treten ein, wenn im System nichtlineare Drehfederkennlinien vorliegen, wie sie z.B. durch drehelastische Kupplungen mit Gummielementen, Zahnspielen oder auch durch die Drehfederkennlinie der Rücklaufsperrn selbst gegeben sind.

Aufgrund der jahrzehntelangen Erfahrungen in der Praxis und wissenschaftlicher Forschungen ist heute für einfache Übersichtsrechnungen das Verfahren - wie in /8/ dargestellt - das Zuverlässigste. Es wurde gemeinsam mit namhaften Getriebeherstellern entwickelt. Demnach muß die Rücklaufsperrn so ausgewählt werden, daß ihr maximales Drehmoment M den Wert:

$$M \geq 3,5 \cdot h_{ab}^2 \cdot M_A \quad (1)$$

haben muß. Hier setzt sich M_A aus dem Drehmomentbedarf zur Überwindung der Reibungswiderstände und dem Drehmomentbedarf zum Heben des Fördergutes zusammen. Der Faktor 3,5 ist ein Dynamikfaktor, der pauschal obige dynamische Eigenschaften der Anlage berücksichtigt, während η_{ab} der Wirkungsgrad der Förderanlage (= Hubleistung/aufgenommene Leistung) ist. Weitere Einzelheiten sind /8/ bzw. /5/ (RINGSPANN GmbH) zu entnehmen. Auch dieses Verfahren berücksichtigt nicht die konkreten Verhältnisse des Einzelfalls.

4. Berechnungsverfahren für dynamische Spitzendrehmomente in Rücklaufsperrn an Förderbändern

4.1 Vorbemerkung

Ein Hauptziel bei der Entwicklung des neuartigen Berechnungsverfahrens war es, mit einer möglichst einfachen, analytischen Methode die dynamischen Spitzendrehmomente in Förderanlagen zu ermitteln. Vor allem sollte die Berechnung anhand der üblicherweise verfügbaren Spezifikationsdaten möglich sein. Ferner sollte das Verfahren erkennen lassen, wie sich die gezielte Veränderung beeinflusbarer Parameter auf das Spitzendrehmoment auswirkt. Dem Verfasser sind durchaus große, sehr leistungsfähige Computer-Simulationsprogramme für dynamische Gebilde bekannt. Diese erfordern jedoch oft einen außerordentlich hohen Eingabeaufwand, und das verwendete mechanische Modell ist schwer nachvollziehbar.

Die meisten großen Computerprogramme für die Berechnung von Förderanlagen, die die volle Dynamik berücksichtigen, siehe z.B. /3/, sind vor allem für den normalen Antriebsfall und die Start- und Bremsperioden ausgelegt. Dem Verfasser sind keine dynamischen Berechnungen mit diesen Computer-Simulationsprogrammen bekannt, bei denen die Rücklaufsperrn korrekt berücksichtigt wurde. - Nachstehend wird in diesem Kapitel das unter vorstehenden Voraussetzungen entwickelte Berechnungsverfahren beschrieben.

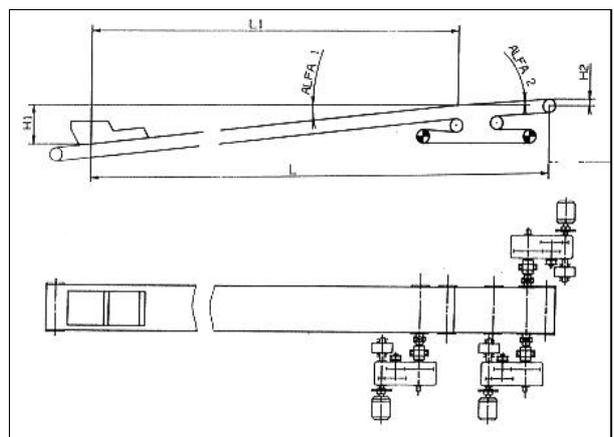


Bild 3: Antriebsaggregate an einem Schrägförderband

4.2 Idealisierung des realen Systems auf das mechanische Ersatzsystem

In Bild 3 ist schematisch eine große Förderanlage mit drei Antrieben gezeigt. Hier wirken auf die vordere Antriebstrommel (Kopftrommel) zwei Antriebe und auf die sekundäre Antriebstrommel ein Antrieb. Die Situation auf der Kopftrommel ist vergrößert in Bild 4 nochmals dargestellt. Wie man hieraus erkennt, wird die Antriebstrommel von zwei Elektromotoren mit je einem zweistufigen Getriebe angetrieben. Zwischen Getriebe und Trommel befindet sich eine drehelastische Kupplung, die Rücklaufsperre befindet sich auf der mittleren Welle des Getriebes, die Bandsteifigkeit zwischen Kopftrommel und Abwurfstrommel wird hier als sehr groß verglichen mit anderen Elastizitäten angenommen.

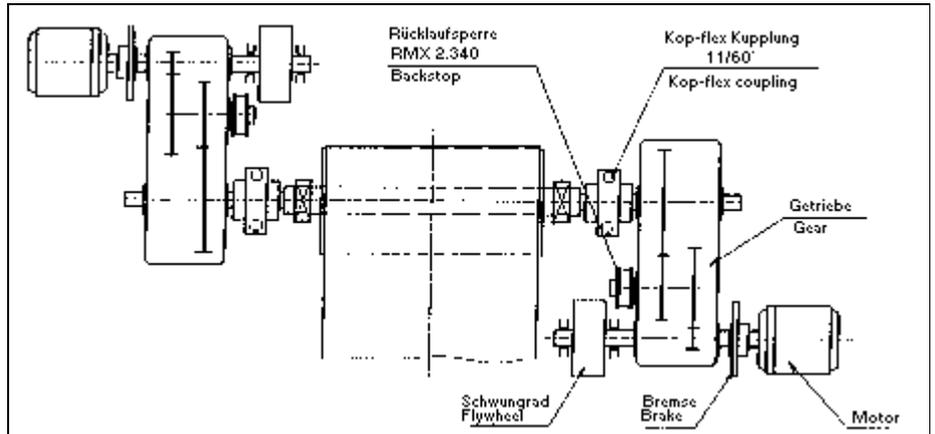


Bild 4: Zwei Getriebe an der Kopftrommel der Förderanlage nach Bild 3

Entsprechend 4.1. wird dieses System nun auf einen Einmassen-Torsionsschwinger reduziert, und zwar wird zunächst angenommen, daß sowohl für den Antriebs- als auch für den Rücklaufsperrfall beide Getriebe und damit auch beide Rücklaufsperrn gleichmäßig belastet werden. Transformiert man alle Drehsteifigkeiten und Massen auf die Rücklaufsperrnwelle, so entsteht Bild 5.

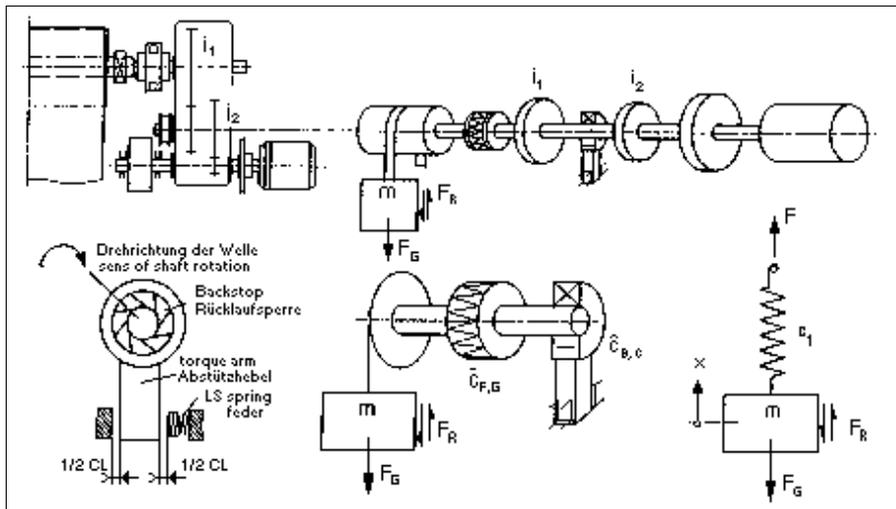


Bild 5: Förderbandbetrieb und mechanisches Ersatzsystem für das Antriebsaggregat

In der unteren Hälfte ist die Vereinfachung am weitesten getrieben. Hier erkennt man in der Mitte unten, daß alle Massen in der Fördermasse m konzentriert sind, die sich links von der Kupplung befindet. Auf der rechten Seite befindet sich nur noch die Rücklaufsperre, und für den Sperrenfall habe sie die Drehsteifigkeit $\hat{c}_{F,G}$. An der Fördermasse ist die Reibkraft F_R angetragen, die jeweils in Richtung entgegengesetzt der Fördergeschwindigkeit wirkt. Das extrem vereinfachte Systembild ist in der unteren Hälfte rechts zu sehen. Damit wird im folgenden weitergearbeitet.

In Bild 6a ist links das vereinfachte System aus Bild 5 zu erkennen, es zeigt den ganz normalen Förderfall im stationären Betrieb. Die Kraft F zieht über die gesamte reduzierte Federsteifigkeit c_1 die Masse m mit der Geschwindigkeit \dot{x} nach oben. Als Reibungswiderstand wirkt F_R .

Bild 6b zeigt das Gesamtsystem kurze Zeit nachdem die Antriebskraft plötzlich ausfällt; die Feder c_1 ist entspannt. Dennoch hat die Masse m aufgrund der Massenträgheit noch die Geschwindigkeit \dot{x} . Es wirken nach wie vor die Kräfte F_G und F_R .

In Bild 6c ist nun die Situation dargestellt, wenn die Geschwindigkeit \dot{x} zu null wird und sich das Förderband nicht mehr bewegt. Für diesen Moment muß man sich vorstellen, daß aufgrund der Funktion der Rücklaufsperre ein anderes Feder-Masse-System entsteht. Die ursprüngliche Federsteifigkeit c_1 wird mit der Drehfedersteifigkeit der Rücklaufsperre c_2 kombiniert, und es entsteht eine neue Gesamt-Federsteifigkeit c_{ges} . In Bild 6d ist dieser Zustand für die Position dargestellt, in der die Masse aufgrund der Federsteifigkeit c_{ges} ihre neue statische Ruhelage hätte. Bei dämpfungsfreier Schwingung würde sich die Masse um diese statische Ruhelage hin- und herbewegen.

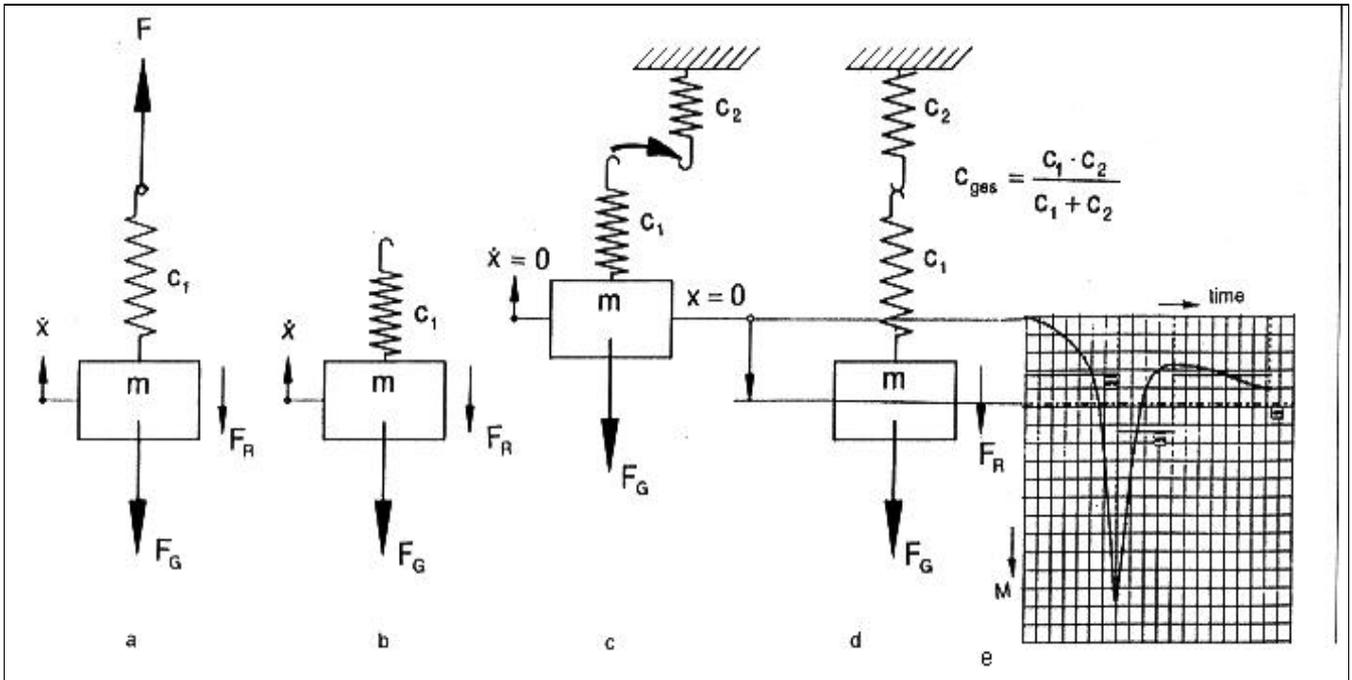


Bild 6: Mechanisches Modell für den Förderantrieb während verschiedener Situationen

Bild 6e zeigt im Vorgriff auf spätere Ergebnisse den Schwingungsverlauf des dargestellten Systems für eine nichtlineare Federkennlinie und bei starker Reibungsdämpfung. Man erkennt, daß der Vorgang in diesem Falle eine sehr stark gedämpfte Schwingung mit nur einem Spitzenwert darstellt.

Hinsichtlich der Reduktion der verschiedenen Drehmassen und Drehfedersteifigkeiten und der Kombination von Federn in Parallel- oder Reihenschaltung sei auf /10/ und /11/ verwiesen. Hier ist von besonders großer Bedeutung, daß bei der Reduktion der Massen von einer langsam laufenden Welle auf eine schnelllaufende Welle die reduzierten Massen sich mit dem i^{-2} -fachen Wert reduzieren, während die Federsteifigkeiten mit i^2 wachsen, siehe Bild 7. Dies führt oft zu sehr überraschenden Ergebnissen, z.B. daß oft in einem Antriebssystem die schnelllaufende Masse des Motorläufers wesentlich größer als alle anderen bewegten Massen ist.

Bild 7 zeigt die Situation für lineare Federkennlinien; im nichtlinearen Fall sind zwei oder mehr Federkennlinien sinngemäß zu kombinieren. Bei Reihenschaltung addieren sich bei jeder Kraft (Drehmoment) die Federwege (Verdrehwinkel), bei Parallelschaltung addieren sich bei jedem Federweg (Verdrehwinkel) die Kräfte (Drehmomente).

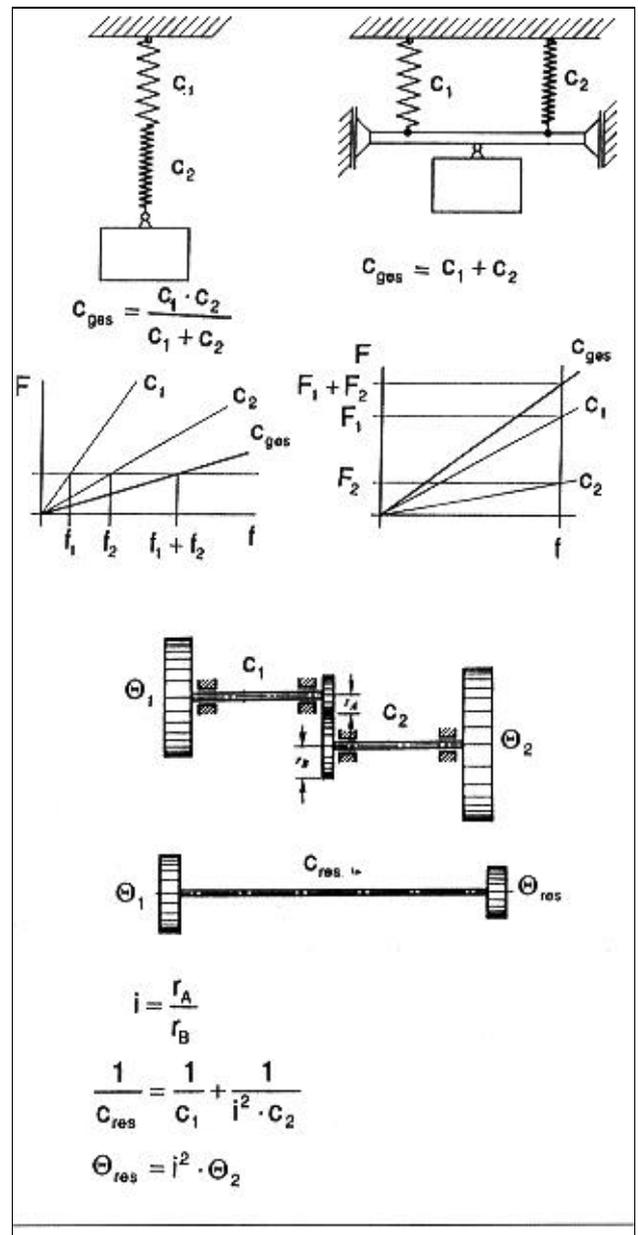


Bild 7: Kombination von verschiedenen Federsteifigkeiten und Reduktion von Trägheitsmomenten

4.3 Differentialgleichung für das mechanische Ersatzsystem

Wäre das mechanische Ersatzsystem nach Bild 6 ein linearer Schwinger mit der Federsteifigkeit \hat{c}_{ges} und dem Trägheitsmoment θ und ohne Reibungsdämpfung F_R , so würde die Differentialgleichung für den Torsionsschwinger lauten:

$$q \cdot \ddot{j} + \hat{c} \cdot j = 0 \quad (2)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung nach /10/ oder /11/ ist unter Beachtung der Randbedingungen - für $t = 0$ ist $x = 0$ und $\dot{x} = 0$ - :

$$j(t) = \frac{g}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) \quad (3)$$

$$\omega^2 = \frac{\hat{c}}{\theta} \quad (4)$$

Da für den linearen Fall das Drehmoment proportional dem Drehwinkel mit dem Proportionalitätsfaktor \hat{C} ist, lautet das Drehmoment in Abhängigkeit von der Zeit für diesen linearen Schwinger:

$$M(t) = \frac{\hat{c} \cdot g}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) \quad (5)$$

Aus dieser Formel geht bereits klar hervor, daß das dynamische Drehmoment nach einer Halbschwingung für $\omega t = \pi$ den zweifachen Wert des statischen Momentes bei ruhender Masse besitzt. Dies ist sehr anschaulich in /8/ erläutert.

Ist nun die reduzierte Federsteifigkeit keine lineare Funktion mehr zwischen Drehwinkel und Drehmoment, sondern hat sie einen nichtlinearen Verlauf und wirkt wie an der Förderanlage noch die Reibungsdämpfung, so lautet die Differentialgleichung wie folgt:

$$q \cdot \ddot{j} + R(j) + (\text{sgn} \dot{j}) \cdot S = 0 \quad (6)$$

Der Term $(\text{sgn} \dot{j}) \cdot S$ stellt die Reibungsdämpfung mit dem konstanten Drehmoment S dar, während $(\text{sgn} \dot{j})$ die Drehmomentrichtung entgegengesetzt der Richtung der Geschwindigkeit \dot{j} berücksichtigt.

Die Funktion $R(\varphi)$ stellt die nichtlineare Drehfederkennlinie des gesamten Federsystems dar. Für den konkreten Fall, der hier vorliegt, handelt es sich praktisch immer um progressive Drehfederkennlinien, z.B. wie in Bild 8 dargestellt. Die Form dieser Kennlinien wird bestimmt durch gummielastische Elemente in Ausgleichkupplungen; aber auch die Charakteristik von Freiläufen, siehe /6/, hat einen progressiven Verlauf. Es hat sich gezeigt, daß diese Kennlinien recht einfach mit folgender Gleichung beschrieben werden können:

$$M(j) = A \cdot j + B \cdot j^n \quad (7)$$

Mit konkreten Zahlenwerten ergeben sich beispielsweise für die Kurven BV und G in Bild 15 folgende, beide Formeln:

$$M_B(j) = 7,31 \cdot 10^5 \cdot j + 6,92 \cdot 10^{10} \cdot j^5 \quad (8)$$

$$M_G(j) = 2,87 \cdot 10^5 \cdot j + 4,90 \cdot 10^{12} \cdot j^9 \quad (9)$$

In Bild 8 sind die voll ausgezogenen Kurven nach vorstehenden Formeln gerechnet; die Kreuze um die Kurven geben die wirklichen Drehfederkennlinien an. Kurve A ist die Drehfederkennlinie der Rücklaufsperrung, Kurve G die gesamte Drehfederkennlinie einschließlich der drehelastischen Kupplung und Anfangsspiel am Rücklaufsperrung-Haltearm. Aufgrund der niedrigen Steigung für kleine Drehwinkel können solche Spiele ebenso wie Zahnspiele in den Drehfederkennlinien sehr gut berücksichtigt werden. Im übrigen sei darauf hingewiesen, daß der Exponent von φ im zweiten Term von (8) nur den Wert 5 hat, während er in (9) den Wert 9 hat. Die Progressivität der Federkennlinie ist also für das Gesamtsystem stärker ausgeprägt als für die Rücklaufsperrung allein, was sich auf die dynamischen Spitzenmomente ungünstig auswirkt.

Für den Rücklauffall beginnt der Bewegungsablauf zur Zeit $t = 0$ bei $\varphi = 0$, und die Bewegung erfolgt - wie bereits oben erwähnt - um die statische Ruhelage. Der zugehörige statische Verdrehwinkel φ_0 hängt einzig und allein von der Masse m und der Drehfederkennlinie ab und ergibt sich aus folgender Formel:

$$(\mathbf{j}_o - \mathbf{j}_L) \cdot m(\mathbf{j}_o) - \int_{\mathbf{j}_L}^{\mathbf{j}_o} m(\mathbf{j}) d\mathbf{j} = -(\mathbf{j}_R - \mathbf{j}_o) \cdot m(\mathbf{j}_o) + \int_{\mathbf{j}_o}^{\mathbf{j}_R} m(\mathbf{j}) d\mathbf{j} \quad (10)$$

In dieser Formel sind bereits einige Normierungen und Vereinfachungen vorgenommen worden. Unter Benutzung von (7) ergibt sich:

$$0 = (\mathbf{j}_R - \mathbf{j}_L) \left(\mathbf{j}_o + \frac{B}{A} \mathbf{j}_o^n \right) - \left[\frac{1}{2} (\mathbf{j}_R^2 - \mathbf{j}_L^2) + \frac{B}{A(n+1)} (\mathbf{j}_R^{n+1} - \mathbf{j}_L^{n+1}) \right] \quad (11)$$

Aus dieser Formel lässt sich nun auf numerischem Wege der Winkel der statischen Ruhelage φ_0 errechnen. Führt man in der Gleichung (6) ähnlich wie für den linearen Fall (4) die fiktive Kreisfrequenz

$$K = \sqrt{\frac{A}{\Theta_{red}}} \quad (12)$$

sowie

$$\bar{\mathbf{j}} = \mathbf{j} - \mathbf{j}_a \quad (13)$$

ein, so erhält die Differentialgleichung (6) die Form

$$\ddot{\bar{\mathbf{j}}} + K^2 [m(\bar{\mathbf{j}}) + (\text{sgn} \dot{\bar{\mathbf{j}}}) \cdot s] = 0 \quad (14)$$

Die Lösung dieser nichtlinearen Differentialgleichung ist für so hochgradig nichtlineare Funktionen, wie in /10/ gezeigt, nicht mehr geschlossen möglich. Es gibt mehrere Lösungsmethoden. Der Verfasser hat sich, entsprechend der Vorbemerkung 4.1, entschieden, hier so weit wie möglich analytisch gemäß /10/ vorzugehen. Danach entsteht für den Schwingungsvorgang nicht wie im linearen Fall eine Lösung für den Verdrehwinkel in Abhängigkeit von der Zeit, sondern umgekehrt, ein Zeitverlauf in Abhängigkeit vom Drehwinkel:

$$t(\bar{\mathbf{j}}) = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot K} \int_{\bar{\mathbf{j}}_o}^{\bar{\mathbf{j}}} \frac{d\bar{\mathbf{j}}}{\sqrt{\mathfrak{S}(\bar{\mathbf{j}}) - \mathfrak{S}(\bar{\mathbf{j}}_o)}} \quad (15)$$

Ohne die weiteren Zwischenrechnungen hier darzustellen, ergibt sich schließlich für die Berechnung der Zeitfunktion unter Berücksichtigung der Drehfederkennlinien nach (7) und der zwischenzeitlich erfolgten Integrationen:

$$t(\bar{\mathbf{j}}) = \frac{1}{K} \int_{\bar{\mathbf{j}}_o}^{\bar{\mathbf{j}}} \frac{d\bar{\mathbf{j}}}{\sqrt{(\bar{\mathbf{O}}^2 - \bar{\mathbf{j}}^2) + 2 \cdot \frac{B}{A} \left[\frac{(\bar{\mathbf{j}}_o + \bar{\mathbf{O}})^{n+1}}{n+1} - \bar{\mathbf{j}}_o^{n+1} (\bar{\mathbf{O}} - \bar{\mathbf{j}}) \right]}} \quad (16)$$

Das reduzierte Trägheitsmoment, die Federsteifigkeiten und auch die Reibungsdämpfung gehen, wie leicht nachvollzogen werden kann, in die Konstanten A und B ein, und das Integral in (16) kann numerisch ausgewertet werden. Hierfür wurde mit dem sehr leistungsfähigen Taschenrechner von Hewlett Packard HP42S ein Programm mit drei kleinen Unterprogrammen entwickelt, wobei die Funktionen Solver und $\int f(x)$ mehrfach in geeigneter Weise genutzt wurden. Nach Eingabe der erforderlichen Konstanten kann die einzig und allein wichtige erste Halbschwingung des Auslaufvorganges in weniger als 20 Sekunden berechnet werden. Es ist dann sehr leicht möglich, Parameter-Änderungen vorzunehmen und durchzurechnen. Eine Berechnung des Drehmoment-Spitzenwertes erfordert dann lediglich ungefähr 5 Sekunden.

Entsprechend obigen Formeln ergibt sich für einen vorgewählten Torsionswinkel ein Zeitwert. Dem Torsionswinkel ist rechnerisch sehr einfach das zugehörige Drehmoment an der Rücklaufsperrre zuzuordnen. Somit kann auf einfache Weise auch der Funktionsverlauf "Drehmoment in Abhängigkeit von der Zeit" dargestellt werden.

Eine einfache Bestätigung für das zuvor beschriebene Berechnungsverfahren besteht darin, eine lineare Kennlinie anzunehmen, für die geschlossene Lösungsverfahren bekannt sind. Die Berechnung mit dem oben erläuterten numerischen Verfahren muß dann den gleichen Drehmomentverlauf ergeben, den man mit der geschlossenen Lösung erhält.

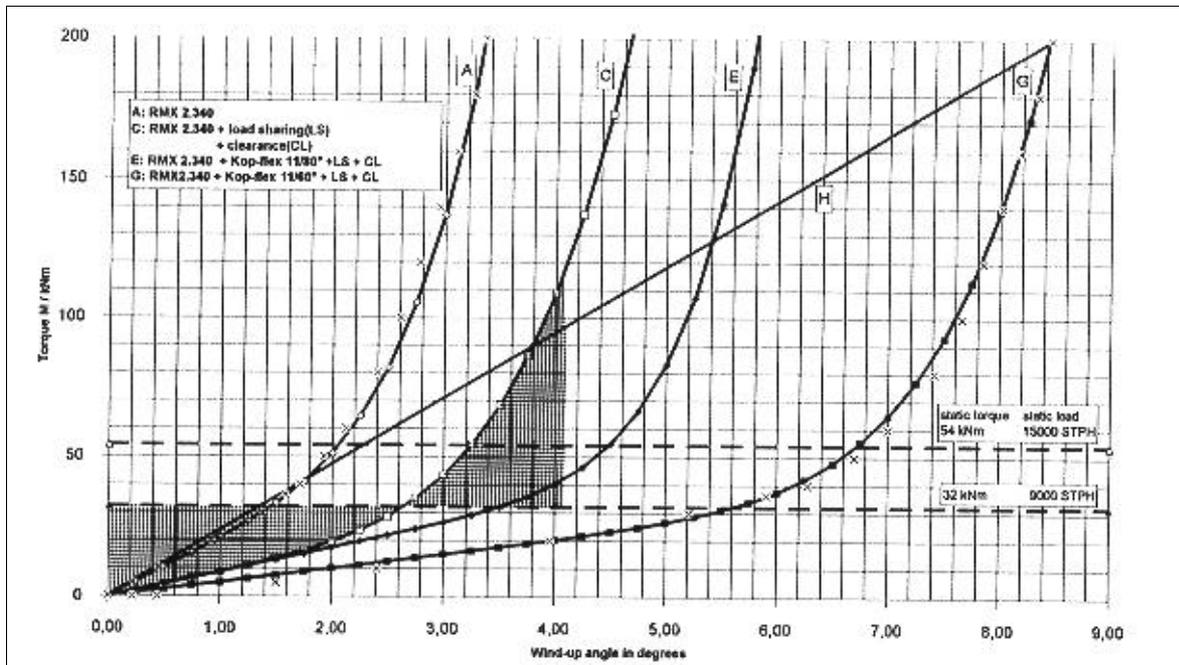


Bild 8: Drehfederkennlinien in einem Förderbandantrieb auf die Rücklaufsperrnwelle reduziert

Eine solche lineare Kennlinie ist in Bild 8 mit der Bezeichnung H dargestellt. In Bild 9 ist für eine ausgeführte Förderanlage mit dieser angenommenen Drehfederkennlinie der Drehmoment-Zeitverlauf für zwei Beladungszustände mit dem neuen Verfahren berechnet. Zur Vereinfachung wurde ferner vorausgesetzt, daß keine Reibungsdämpfung vorhanden ist. Es ergab sich für die beiden Belastungszustände 9000 STPH und 15000 STPH (STPH = short tons per hour) ein Drehmomentspitzenwert an der Rücklaufsperrre von 64,6 kNm bzw. 108 kNm. Die Drehmomente in der statischen Ruhelage waren 32,2 bzw. 54 kNm, entsprachen also jeweils exakt dem halben Spitzendrehmoment, wie zu erwarten war.

In Bild 9 ist während der ersten Viertelschwingung durch eingezeichnete Kreuze markiert, was sich nach dem geschlossenen Lösungsverfahren mit $\cos x \cdot t$ ergeben hat. In diesem Bereich sind die Abweichungen gerade noch sichtbar. Während der zweiten Viertelschwingung decken sich die Ergebnisse des geschlossenen Lösungsverfahrens völlig mit der numerischen Rechnung. Das Rechenverfahren wurde auch für zwei Fälle mit echten, nichtlinearen Drehfederkennlinien auf einem Rücklaufsperrn-Prüfstand überprüft. Die Ergebnisse waren überraschend identisch.

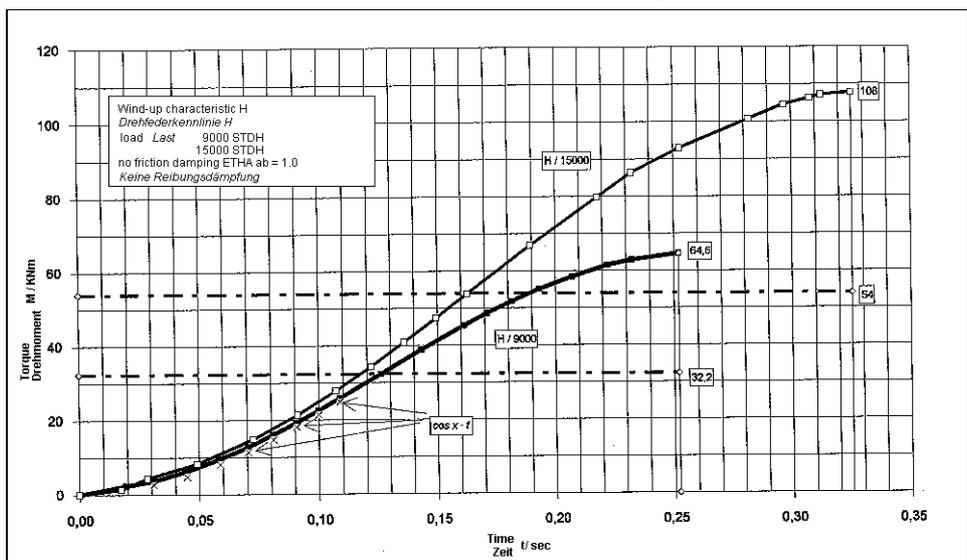


Abb. 9: Dynamische Drehmomentverläufe als Funktion der Zeit, erste Halbschwingung auf der Rücklaufsperrnwelle

5. Berechnungsergebnisse für eine ausgeführte Schrägförderanlage bei gleichmäßiger Lastverteilung auf zwei Rücklaufsperrn

5.1. Aufbau der Förderanlage und Antriebskonfiguration

Mit dem in Kapitel 4 beschriebenen Berechnungsverfahren wurden für eine existierende Schrägförderanlage ähnlich Bild 3, unter Variation verschiedener Parameter, Berechnungen durchgeführt mit dem Ziel, die Spitzendrehmomente in den Rücklaufsperrn zu ermitteln. In diesem Zusammenhang sollte auch ermittelt werden, welche maximale Überladung des Förderbandes möglich ist, ohne daß die Rücklaufsperrn beschädigt werden.

Das statische Rückdrehmoment auf der Rücklaufsperrn-Welle wird mit folgender Formel berechnet:

$$M_{T_0} = \frac{g}{i} \cdot \frac{D}{2} \cdot L \cdot G \cdot (\sin a - K \cdot \cos a) \quad (17)$$

Hierin sind:

$g \ [m / s^2]$	Erdbeschleunigung (9,81 m/s ²)
$i \ [-]$	Übersetzungsverhältnis von Trommel bis Rücklaufsperr
$D \ [m]$	Trommeldurchmesser
$L \ \left[\frac{kg}{STPH} \right]$	Konstante
$G \ [STPH]$	Förderband-Beladung
$\alpha \ [^\circ]$	Steigungswinkel des Förderbandes, bzw. Ersatzwinkel bei unterschiedlichen Steigungswinkeln
$K \ [-]$	Konstante zur Berücksichtigung der Reibung

Die Konstante K beinhaltet den "Abwärts"-Wirkungsgrad η_{ab} nach folgender Formel:

$$h_{ab} = 1 - \frac{M_R}{M_L} = 1 - \frac{K}{\tan \alpha} \quad (9)$$

Wie aus Bild 3 hervorgeht, hatte die Förderanlage einen 3-fach-Antrieb. Jedes Getriebe war mit einer Rücklaufsperr ausgerüstet. Man muß aber davon ausgehen, daß gemäß Bild 4 nur die beiden Rücklaufsperr an der Kopftrommel wirksam werden, denn wegen der Elastizität des Bandes ist nicht zu erwarten, daß die Rücklaufsperr an dem dritten Einzelantrieb an der Sekundärtrommel einen nennenswerten Lastanteil übernehmen kann. Für die Berechnungen in diesem Kapitel wird vorausgesetzt, daß die beiden Rücklaufsperr an der Kopftrommel gleichmäßig belastet werden. Ferner wurde für beide Rücklaufsperr vorausgesetzt, daß am Haltearm bei Sperrbeginn die maximale Luft in der Halterung (CL) vorlag, und daß die zur Lastverteilung (LS) vorgesehenen Tellerfedern voll wirksam waren, d.h. beide Einflüsse eine weichere Drehfederkennlinie des Gesamtsystems konstruktiv erzeugten (Bild 5).

Die Hauptdaten der Förderanlage sind wie folgt:

Förderlänge L	: 1080 m
Gesamtförderhöhe H	: 101 m
Nennleistung eines elektrischen Antriebsmotors	: 1270 kW
Gesamtübersetzungsverhältnis maximal übertragbares Drehmoment einer Rücklaufsperr	: $i = 18,9$: 200000 Nm

5.2 Drehfederkennlinien der Einzelelemente und Reduktion auf die Rücklaufsperrwelle

In Bild 8 sind vier Drehfederkennlinien A, C, E und G gezeigt. Die Drehfederkennlinie A ist die Original-Drehfederkennlinie der verwendeten Rücklaufsperr RMX 2.340. Kurve C stellt die Drehfederkennlinie der Rücklaufsperr einschließlich des konstruktiv gewählten Lastverteilungselementes und des Spiels am Rücklaufsperr-Haltearm dar (Bild 5). Wie man erkennt, ergibt sich dadurch ein maximaler Verdrehwinkel bei einem Drehmoment von 200kNm von 4,6°, verglichen mit dem Verdrehwinkel der Rücklaufsperr allein von knapp 3,4°. Kurve G ist die Gesamt-Drehfederkennlinie zwischen Fördermasse und Rücklaufsperr, bezogen auf die Rücklaufsperrwelle, unter Einbeziehung der drehelastischen Kupplung (Kop-flex-Coupling L/60°). Hier macht sich das Übersetzungsverhältnis zwischen Fördertrommel und Rücklaufsperrwelle quadratisch bemerkbar, wie in Kapitel 4 ausführlich dargelegt. Der Verdrehwinkel bei 200 kNm beträgt 8,4°. Kurve E ist schließlich eine Drehfederkennlinie mit einer wesentlich steiferen gummielastischen Kupplung (Kop-flex-Coupling L/80°).

In dem Drehfeder-Diagramm sind für die beiden Beladungszustände 9000 STPH bzw. 15000 STPH die statischen Ruhelagen eingezeichnet; sie ergeben sich für Drehmomente von 32 kNm und 54 kNm. Die jeweiligen Winkel sind den verschiedenen Kennlinien zu entnehmen. Bei Kennlinie C ist ferner durch eine Rasterung eingetragen, wie sich oberhalb und unterhalb des Gleichgewichtspunktes Energiegleichgewicht einstellt. Man erkennt bereits hier sehr deutlich, daß wegen der Flächengleichheit bei der progressiven Kennlinie das maximale Drehmoment bei einer ungedämpften Schwingung ca. 120 kNm betragen muß, was verglichen mit dem statischen Moment von 32 kNm einen Dynamikfaktor von etwa 4 ergäbe, wenn die drehelastische Kupplung nicht vorhanden wäre

5.3 Drehmoment-Zeit-Verläufe

Mit den vorstehend erläuterten Drehfederkennlinien wurde nun das Rechenverfahren gestartet. Zunächst ist in Bild 10 ein Schwingungsvorgang dargestellt, der sich im ungedämpften Fall, also ohne Reibungsdämpfung im Förderband ergeben würde, wenn man bei einer Beladung mit 9000 STPH mit Drehfederkennlinie G das Band stillsetzt. Hier ergäbe sich ein maximales Spitzendrehmoment in der Rücklaufsperrung von 300 kNm, was verglichen mit dem statischen Drehmoment von 50 kNm einen 6-fachen Spitzenwert bedeutet. Bei der zweiten Schwingung sind in diesem Bild wieder die Bereiche unterhalb und oberhalb der statischen Ruhelage schraffiert. Da es sich hier um ein Drehmoment-Zeit-Diagramm handelt, stellen die schraffierten Flächen jeweils den Drall dar, und da es sich um eine reibungsfreie Schwingung handelt, müssen wegen der Konstanz des Dralls beide Flächen gleich groß sein. Dies wurde durch Ausplanimetrieren bestätigt.

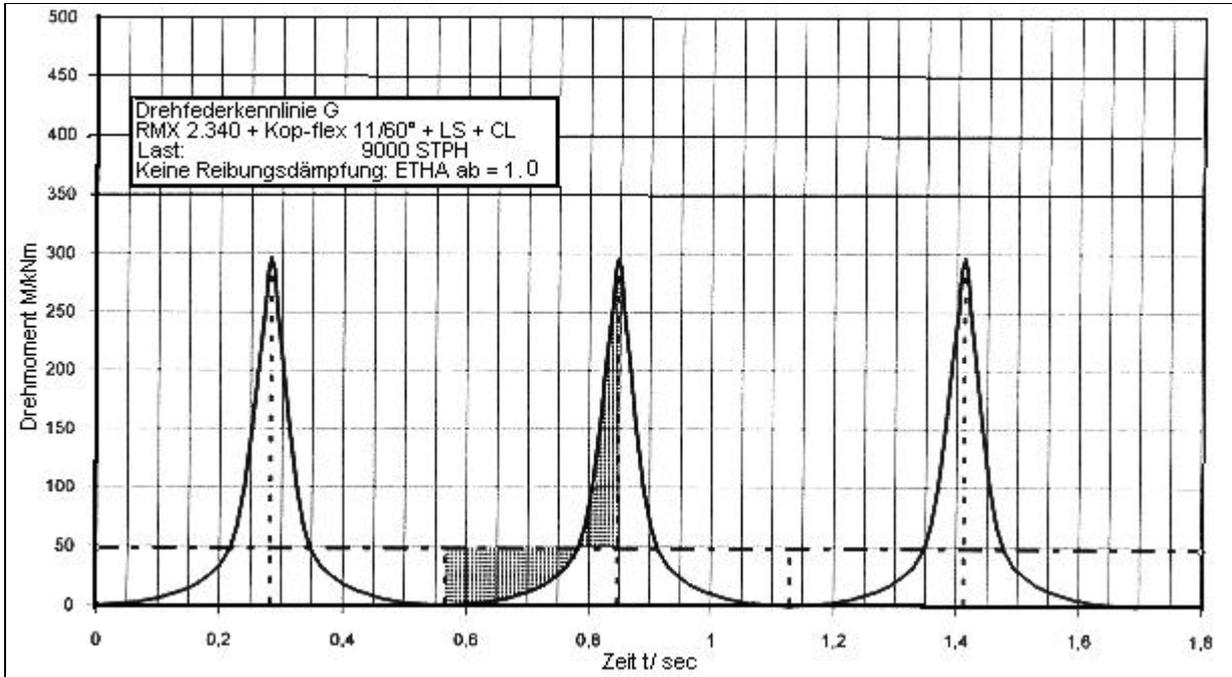


Abb. 10: Dynamische Drehmomentverläufe als Funktion der Zeit, volle Schwingungen der Rücklaufsperrnwellen, ungedämpfte Schwingung

In Bild 11 ist nun für die wirklichen Verhältnisse mit Reibung für die Federkennlinie G der Drehmomentverlauf über der Zeit dargestellt. Als Reibwirkungsgrad wurde aufgrund von Erfahrungen der Wert $\eta_{ab} = 0,6733$ gewählt. In dem Diagramm sind sehr gut die statischen Ruhelagen unter Einbeziehung der konstanten Dämpfungskraft zu erkennen; sie liegen bei 32,4 kNm beim Einfedern (Rückwärtslauf) bzw. 63,8 kNm beim Zurückfedern (Vorwärtslauf). Der statische Mittelwert beträgt 48,1 kNm. Der gesamte Auslaufvorgang würde unter den vorstehend beschriebenen Voraussetzungen etwas mehr als 0,9 s dauern, was realistisch ist. Wie man aus diesem Bild erkennt, ist es für die Betrachtung des Spitzenwertes für die Rücklaufsperrung völlig ausreichend, nur die erste Halbschwingung zu betrachten. Für die vorgenommenen Idealisierungen kann kein höheres Spitzendrehmoment zu einem späteren Zeitpunkt eintreten.

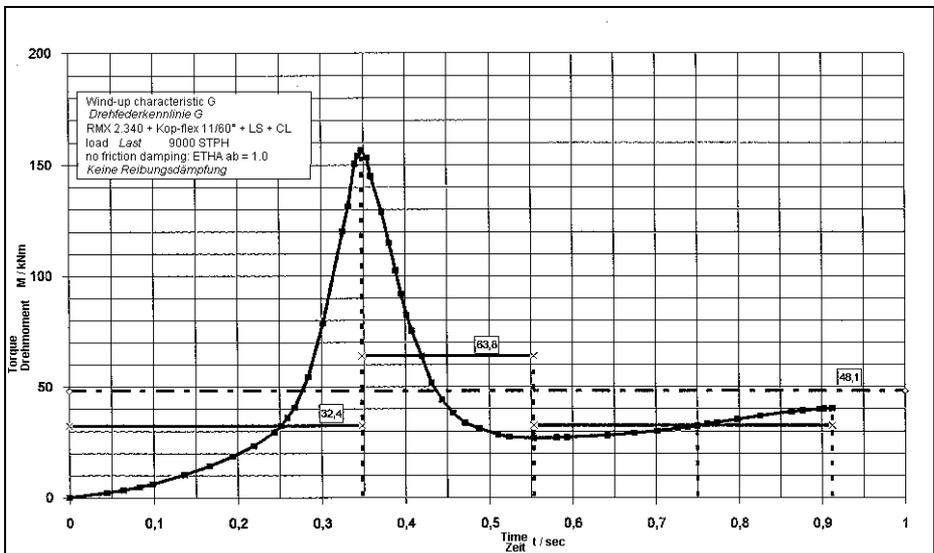


Bild 11: Dynamische Drehmomentverläufe als Funktion der Zeit, volle Schwingungen der Rücklaufsperrnwellen, mit Reibungsdämpfung

Dementsprechend sind in Bild 12 nur noch die ersten Halbschwingungen gezeigt, und zwar für die Drehfederkennlinien A und G bei den jeweiligen Lasten von 9000 und 15000 STPH. Für die Kurven C und E sind nur noch durch schwarze Quadrate bzw. -Dreiecke die Spitzenmomente am Ende der ersten Halbschwingung eingetragen. In diesem Bild erkennt man sehr gut, wie stark das maximale Drehmoment von der Beladung abhängt. Bei einer linearen Federkennlinie müsste das Spitzenmoment immer doppelt so hoch wie das statische Moment sein. Bei progressiver Kennlinie steigt das Spitzenmoment überproportional an.

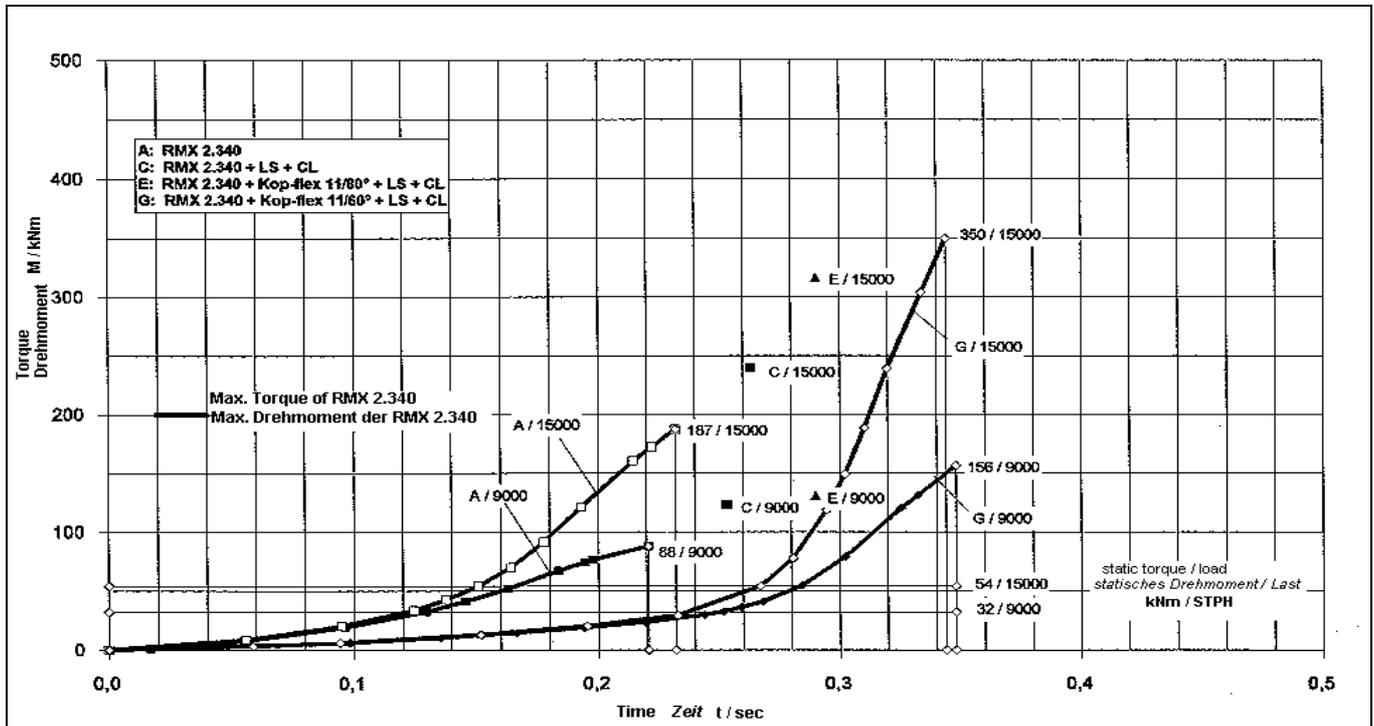


Bild 12: Dynamische Drehmomente als Funktion der Zeit, erste Halbschwingung

Besonders bemerkenswert ist, daß sich aufgrund der höheren Nichtlinearität bei der Kennlinie G ein ca. 3,3mal so hohes Spitzendrehmoment verglichen mit der Drehfeder-kennlinie A ergibt. Die Drehfederkennlinie A gilt nur für die Rücklaufsperr allein. Hätte man statt der elastischen Kupplung eine drehsteife Kupplung, also z.B. eine Membran- oder Bogenzahnkupplung eingesetzt, so wäre allein durch diese Maßnahme das Spitzendrehmoment deutlich herabgesetzt worden.

Bild 13 zeigt die dynamischen Spitzendrehmomente an der Rücklaufsperr nach einer Halbschwingung in Abhängigkeit von der Förderbandbelastung in STPH.

Aus diesem Bild ist zu erkennen, welche maximalen Belastungen der Förderanlage zulässig sind, wenn man von einem maximalen Drehmoment von 200 kNm der Rücklaufsperr ausgeht. Für die tatsächliche Kennlinie G ist die maximale Belastung 10500 STPH, für die Kennlinie E wäre sie 11300 STPH und für die Kennlinie A 15500 STPH.

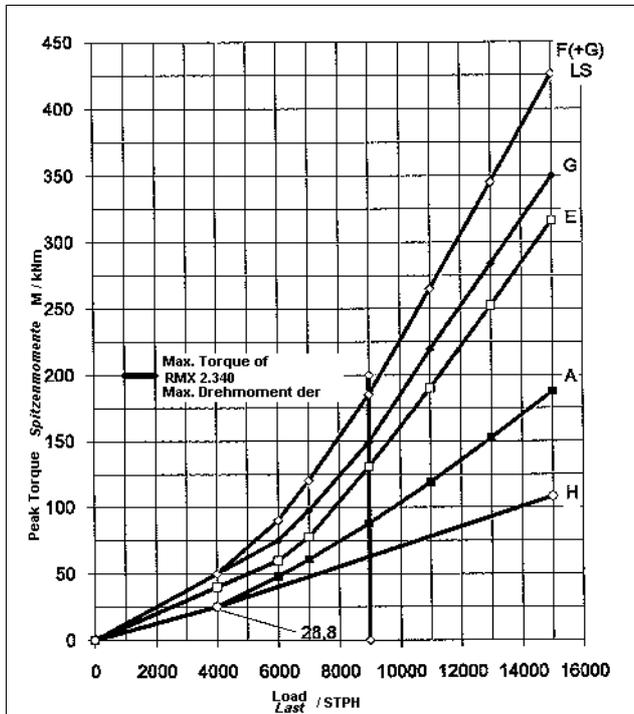


Bild 13: Dynamische Spitzendrehmomente als Funktion der Last, erste Halbschwingung

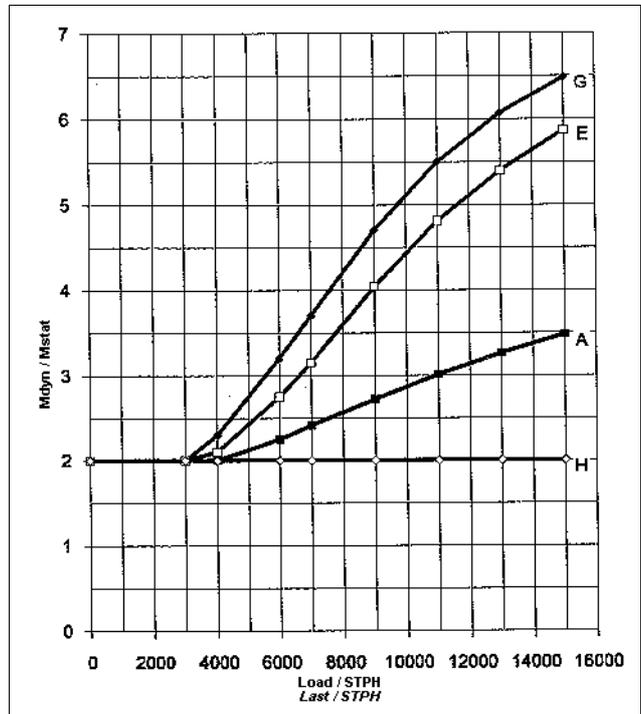


Bild 14: Dynamische Spitzendrehmomente Verhältnis M_{dyn} / M_{stat} als Funktion der Last.

In Bild 14 sind die Ergebnisse aus Bild 13 derart zusammengefaßt, daß nur noch die Verhältnisse M_{dyn} / M_{stat} für die verschiedenen Drehfederkennlinien in Abhängigkeit von der Belastung in STPH wiedergegeben ist. Man erkennt deutlich, daß

bei Berücksichtigung der Kupplungselastizität (Kennlinie G) für die Last von 15000 STPH das Spitzenmoment den 6,5-fachen Wert des statischen Momentes erreicht.

6. Berechnungsergebnisse bei ungleicher Lastverteilung

6.1 Kombination der Drehfederkennlinien und Drehmoment-Zeit-Verläufe

Es wird seit langer Zeit versucht, bei Mehrfachantrieben an Förderanlagen für die Rücklaufsperrn geeignete Lastverteilungsmechanismen zu finden, die dafür sorgen, daß möglichst jede Rücklaufsperrn gleichmäßig belastet wird. Leider haben sich bisher - mit einer Ausnahme - solche Mechanismen nicht bewährt. Die Ausnahme ist in /8/ beschrieben; es handelt sich hier um eine Rutschkupplung, mit der genügend große Winkelbewegungen zur Lastverteilung möglich sind. Diese Konstruktion konnte bisher aber nur für mittlere Drehmomente gebaut werden.

In Abschnitt 5 wurde bei den Berechnungen angenommen, daß sich das Drehmoment beim Sperrvorgang gleichmäßig auf beide Rücklaufsperrn an der Kopftrommel verteilt. In den Berechnungsfällen C, E und G wurde unterstellt, daß bei Beginn des Sperrvorgangs die Lastarme beider Rücklaufsperrn um das gleiche Maß CL von der Auflage auf den zur Lastverteilung vorgesehenen Tellerfederpaketen entfernt sind.

In diesem Abschnitt 6 wird nun angenommen, daß bei Beginn des Sperrvorgangs der Lastarm nur der einen Rücklaufsperrn kraftfrei auf seinem Tellerfederpaket aufliegt. In Bild 15 sind die Drehfederkennlinien für diesen Fall mit B, D und F gekennzeichnet. Der Lastarm der anderen Rücklaufsperrn soll - wie in Abschnitt 5 angenommen - um das Maß CL von seinem Tellerfederpaket entfernt sein. Für diese Sperrn gelten die Drehfederkennlinien C, E und G.

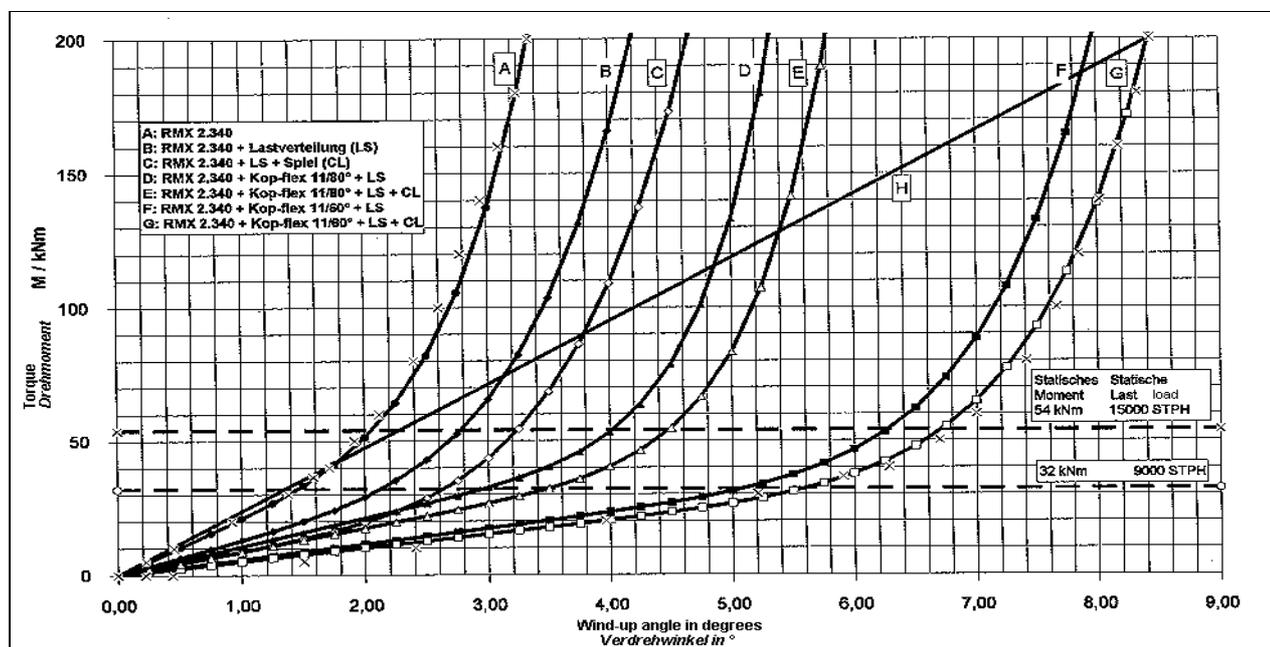


Bild 15: Drehfederkennlinien in einem Förderbandantrieb auf der Rücklaufsperrnwellen mit Lastverteilung

Die dynamische Berechnung wurde nun so durchgeführt, daß die jeweiligen, zusammengehörigen Drehfederkennlinien zu einer überlagert wurden, und zwar derart, daß für gleiche Verdrehwinkel die Summe der Drehmomente gebildet wurde, und daß damit eine neue Funktion gemäß Formel (7) berechnet wurde. Nach Abschluß dieser Berechnung wurde wieder mit den jeweils beiden Kennlinien B und C bzw. F und G bzw. D und E für jeden Verdrehwinkel das jeder Rücklaufsperrn zugehörige Drehmoment ermittelt.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Bild 16 dargestellt, und zwar für die Kennlinien B und C bzw. F und G für die jeweiligen Beladungszustände 9000 und 15000 STPH. Wie z.B. für den Fall 15000 STPH und Kennlinien F und G zu ersehen ist, ergibt sich hier eine Lastverteilung von 61%/39 %, d.h. die Rücklaufsperrn mit der Kennlinie F übernimmt 426 kNm, entsprechend 61 %, und die Rücklaufsperrn G 276 kNm, entsprechend 39 %. Die Rücklaufsperrn F muß hier also wesentlich mehr Drehmoment aufnehmen als im Fall gleichmäßiger Lastverteilung, wo 350 kNm auftreten würden (vgl. Bild 12, Kennlinie G).

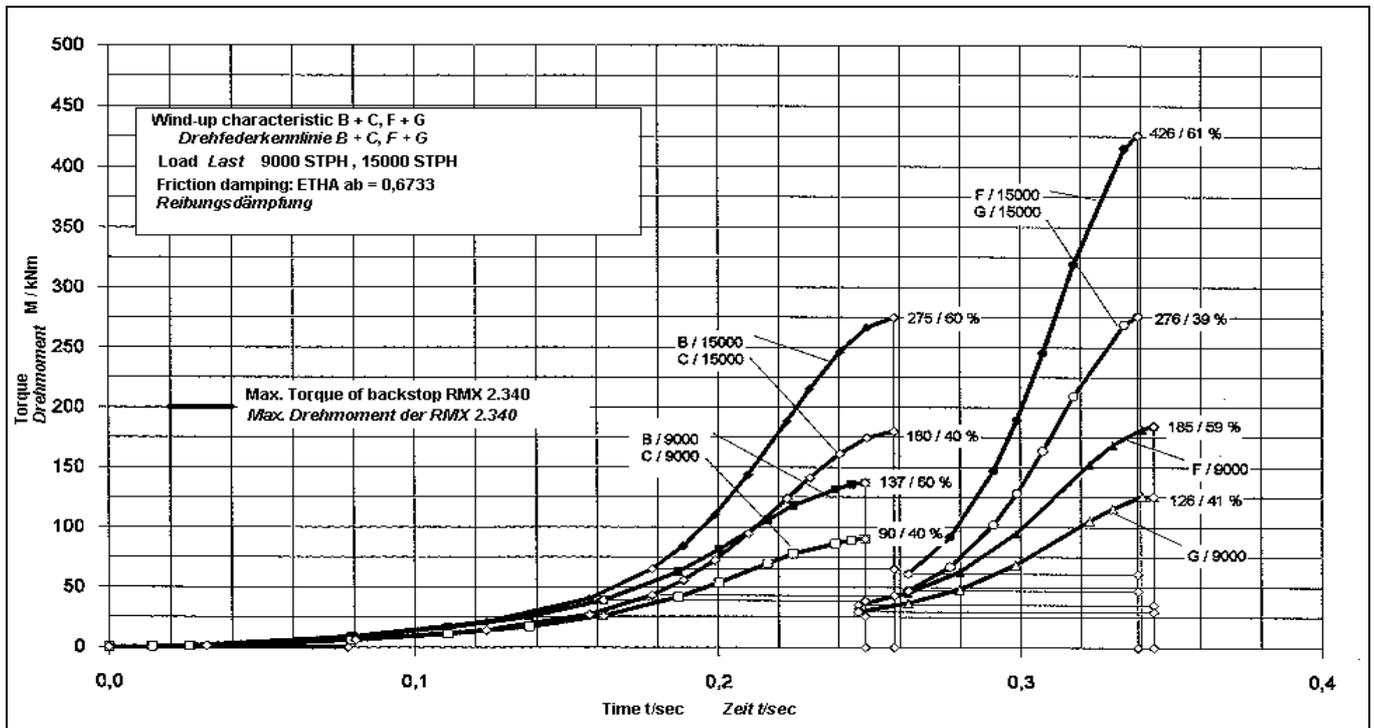


Bild 16: Dynamische Drehmomente als Funktion der Zeit, erste Halbschwingung der Rücklaufsperrnwelle mit Lastverteilung

6.2 Spitzendrehmoment und Lastverteilung bei Vorspannung in einer Getriebeeinheit

Im vorstehenden Abschnitt wurde bereits deutlich, daß durch Spiele stark unterschiedliche Drehmomentspitzen in den Rücklaufsperrn entstehen können. Noch extremer stellt sich die ungleiche Lastverteilung ein, wenn beim Stillsetzen der Förderanlage ein Motor deutlich früher als der andere stehenbleibt. In der stillgesetzten Einheit kann sich dann nämlich eine völlige Entspannung der einzelnen Elemente, also Kupplung und Zahnrädern, einstellen, während die Anlage noch weiterläuft. In der anderen Antriebseinheit bleibt, bedingt durch das die rotierenden Massen, ein Verspannungszustand zwischen Getriebe, Kupplung und Fördertrommel bestehen. Wenn das Förderband die Geschwindigkeit Null erreicht, ist die drehelastische Kupplung vorgespannt, und der Rücklauf beginnt. In dieser Einheit liegt bereits ein Verdrehwinkel vor, während man bei der anderen Einheit in der Drehfederkennlinie bei Null beginnt.

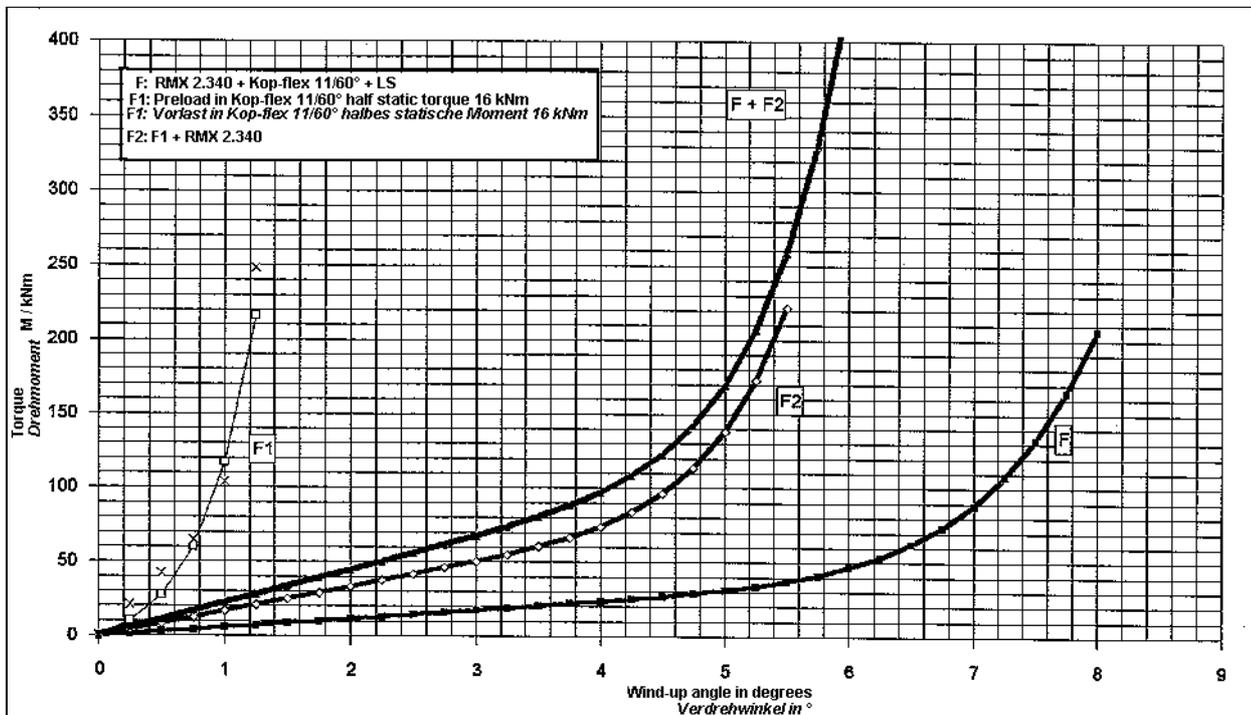


Bild 17: Drehfederkennlinien in einem Förderbandbetrieb auf der Rücklaufsperrnwelle mit Lastverteilung und Vorspannung in einem Getriebe

Unter der Voraussetzung, daß in einer der beiden Getriebeeinheiten nur noch eine halbe statische Last von 16 kNm wirkt, wurden die verschiedenen Drehfederkennlinien in Bild 17 gerechnet.

In Bild 18 ist der Drehmoment-Zeitverlauf für die beiden Beladungszustände 9000 und 15000 STPH dargestellt. Hier wird nun überaus deutlich, wie schlecht die Lastverteilung unter dieser Bedingung wird. Für die Last von 15000 STPH muß eine Rücklaufsperrung 90%, also 476 kNm übernehmen, während die andere nur 10 % oder 51 kNm beiträgt. Hieraus ist eindeutig ersichtlich, daß unter diesen Voraussetzungen im Extremfall die volle Last von einer einzigen Rücklaufsperrung übernommen werden muß. Die Forderung gemäß /3/ ist völlig berechtigt, daß bei Mehrfachantrieben die Rücklaufsperrungen so auszulegen sind, daß jede allein die volle Last übernehmen kann, wenn keine wirkungsvolle Einrichtung zur Vergleichmäßigung der Lastverteilung vorhanden ist.

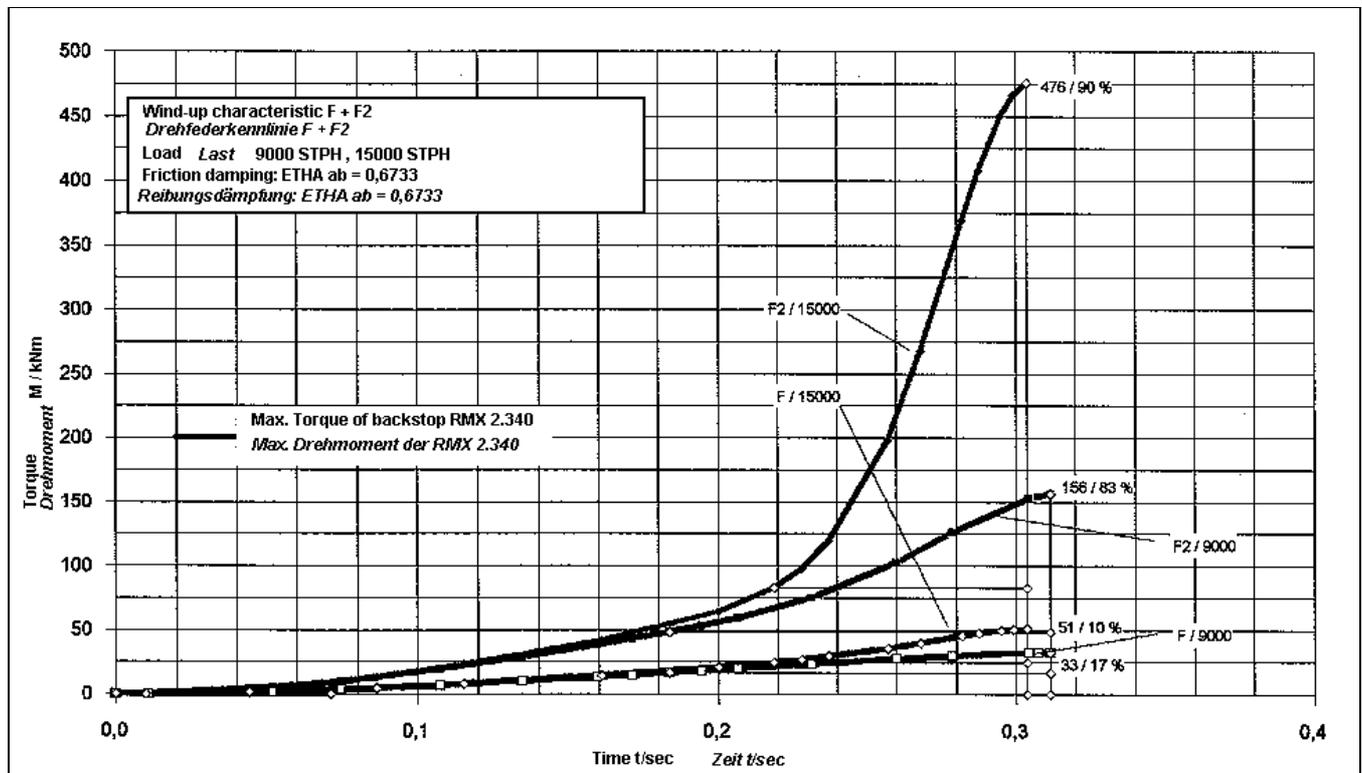


Bild 18: Dynamische Drehmomente als Funktion der Zeit, erste Halbschwingung der Rücklaufsperrungswelle, Lastverteilung und Vorlast in einem Getriebe

7. Schlußfolgerungen für die Dimensionierung von Rücklaufsperrungen in Förderanlagen

Wie in diesem Beitrag ausführlich beschrieben, werden Rücklaufsperrungen in Förderanlagen mit Spitzendrehmomenten beansprucht, die mehrfach größer sind als das statische Rückdrehmoment. Bisher verwendete Rechenverfahren sind in bestimmten Fällen falsch und führen dazu, daß die Rücklaufsperrungen zu knapp dimensioniert werden. Am besten hat sich das Verfahren nach /8/ erwiesen.

Bei der Konstruktion von Förderanlagenantrieben sollte darauf geachtet werden, daß im Antriebsstrang zwischen Rücklaufsperrung und Antriebstrommel möglichst steife Bauelemente mit linearen Kennlinien verwendet werden. Gummielastische Kupplungen mit stark nichtlinearen Kennlinien zwischen Fördertrommel und Rücklaufsperrung sind sehr schädlich. Auch Lastverteilungsmechanismen mit Federsäulen und Spielen sind nachteilig. Der Abstützarm der Rücklaufsperrung sollte entweder horizontal lagern und durch sein Eigengewicht praktisch spielfrei sein, oder er sollte federnd vorgespannt in Sperrichtung spielfrei den Kontakt zum Fundament herstellen.

In Zweifelsfällen hinsichtlich der richtigen Dimensionierung empfiehlt es sich, dynamische Drehmomentberechnungen durchzuführen und die Beratung von Experten einzuholen.

Literaturverzeichnis

- /1/ ALLES, R.: Transportband-Fördergurtberechnungen; Edition Contitec Hannover, 3. Auflage 1991
- /2/ VIERTLING, A.: Zur Theorie der Bandförderung; Transportbanddienst 8,4. Auflage 1987, Contitec Hannover
- /3/ NORDELL, L.K.: The Cannar 20 km Overland; bulk solids handling 11 (1991) 4, S. 781-792
- /4/ Deutsches Institut für Normung, DIN 22101; 1982
- /5/ Rücklaufsperrungen-Kataloge der Firmen: Emerson-Morse, Ithaca NY, USA; Formsprag-Dana, Warren MI, USA Marland Clutch Div., La Grange, IL, USA RINGSPANN GmbH, Bad Homburg, Germany; Stieber Antriebselemente, Heidelberg, Germany
- /6/ TIMTNER, K.: Berechnung der Drehfederkennlinien und zulässiger Drehmomente bei Freilaufkupplungen mit Klemmkörpern; Dissertation, Darmstadt 1974
- /7/ MAURER, R. und TIMTNER, K.: Applications, Improvements in Service Life and Advanced Calculation Methods of Freewheeling Clutches; The American Society of Mechanical Engineering, 1984 - DET 164
- /8/ MAURER, R.: Berührungsfreie Rücklaufsperrungen für hohe Drehzahlen, VDI-Berichte Nr. 649 (1987)
- /9/ WERKING, T.L.: Correctly located backstops reduce downtime; Energy & Mining Journal, USA, July 1991
- /10/ KLOTTER, K.: Technische Schwingungslehre; 2. und 3. Auflage, Springer-Verlag, 1951-1978

